

Druhá mocnina

Pre každé **a** platí: $a \cdot a = a^2$ — ^{mociteľ (exponent)} základ mocniny
 a^2 – druhá mocnina čísla **a**

Druhá mocnina **kladného** čísla je **kladné** číslo, druhá mocnina **nuly** je **nula**, druhá mocnina **záporného** čísla je **kladné** číslo.

Pre všetky **a, b** platí: $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$

Druhá mocnina súčinu dvoch čísel sa rovná súčinu ich druhých mocnín.

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

$$0,1^2 = 0,1 \cdot 0,1 = 0,01$$

$$100^2 = 100 \cdot 100 = 10\,000$$

$$0,01^2 = 0,01 \cdot 0,01 = 0,0001$$

$$1000^2 = 1000 \cdot 1000 = 1\,000\,000$$

$$0,001^2 = 0,001 \cdot 0,001 = 0,000\,001$$

dvojnásobný počet núl

dvojnásobný počet desatinných miest

Druhú mocninu môžeme určiť buď pomocou kalkulačky alebo pomocou tabuliek.

Príklad:

Vypočítajte: 63^2 ; 210^2 ; $\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $(-0,3)^2$;

Riešenie

$$63^2 = 63 \cdot 63 = 3969$$

$$210^2 = 210 \cdot 210 = 44\,100$$

$$210^2 = (21 \cdot 10)^2 = 21^2 \cdot 10^2 = 441 \cdot 100 = 44\,100$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1^2}{2^2} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$$

$$(-0,3)^2 = (-0,3) \cdot (-0,3) = 0,09$$

Tretia mocnina

Pre každé **a** platí: $a \cdot a \cdot a = a^3$ — ^{mociteľ (exponent)} základ mocniny
 a^3 – tretia mocnina čísla **a**

Tretia mocnina **kladného** čísla je **kladné** číslo, tretia mocnina **nuly** je **nula**, tretia mocnina **záporného** čísla je **záporné** číslo.

Pre všetky **a, b** platí: $(a \cdot b)^3 = a^3 \cdot b^3$

Tretia mocnina súčinu dvoch čísel sa rovná súčinu ich tretích mocnín.

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$$

$$0,1^3 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$$

$$100^3 = 100 \cdot 100 \cdot 100 = 1\,000\,000$$

$$0,01^3 = 0,01 \cdot 0,01 \cdot 0,01 = 0,000\,001$$

$$1000^3 = 1000 \cdot 1000 \cdot 1000 = 1\,000\,000\,000$$

$$0,001^3 = 0,001 \cdot 0,001 \cdot 0,001 = 0,000\,000\,001$$

trojnásobný počet núl

trojnásobný počet desatinných miest

Tretiu mocninu môžeme určiť buď pomocou kalkulačky alebo pomocou tabuliek.

Príklad č.1

Vypočítajte: 8^3 ; 150^3 ; $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; $(-0,4)^3$;

Riešenie

$$8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = \mathbf{512}$$

$$150^3 = 150 \cdot 150 \cdot 150 = \mathbf{3\,375\,000}$$

$$150^3 = (15 \cdot 10)^3 = 15^3 \cdot 10^3 = 3\,375 \cdot 1000 = \mathbf{3\,375\,000}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{2^3}{3^3} = -\frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = -\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{27}}$$

$$(-0,4)^3 = (-0,4) \cdot (-0,4) \cdot (-0,4) = \mathbf{-0,064}$$

Druhá odmocnina

$\sqrt{\quad}$ znak odmocnenia

$\sqrt{\mathbf{a}}$ druhá odmocnina čísla $\mathbf{a}$; $\mathbf{a} \geq 0$

základ odmocniny

Existuje iba druhá odmocnina kladného čísla a nuly!

Pre všetky nezáporné čísla (kladné a nula) $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ platí: $\sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}} = \sqrt{\mathbf{a}} \cdot \sqrt{\mathbf{b}}$

Druhá odmocnina súčinu dvoch **nezáporných** čísel sa rovná súčinu ich druhých odmocnín.

$$\sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{0,01} = 0,1$$

$$\sqrt{10\,000} = 100$$

$$\sqrt{0,000\,1} = 0,01$$

$$\sqrt{1\,000\,000} = 1000$$

$$\sqrt{0,000\,001} = 0,001$$

polovičný počet núl

polovičný počet desatinných miest

Druhú odmocninu môžeme určiť buď pomocou kalkulačky alebo pomocou tabuliek.

Príklad č.1

Vypočítajte: $\sqrt{36}$; $\sqrt{8100}$; $\sqrt{\frac{16}{25}}$; $\sqrt{0,0064}$;

Riešenie

$$\sqrt{36} = \mathbf{6}$$

$$\sqrt{8100} = \mathbf{90}$$

$$\sqrt{8100} = \sqrt{81 \cdot 100} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{100} = 9 \cdot 10 = \mathbf{90}$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}$$

$$\sqrt{0,0064} = \mathbf{0,08}$$

Tretia odmocnina

$\sqrt[3]{}$ znak tretej odmocniny
 $\sqrt[3]{a}$ tretia odmocnina čísla **a**
základ odmocniny

Existuje tretia odmocnina kladného čísla, záporného čísla a nuly!

Tretiu odmocninu môžeme určiť buď pomocou kalkulačky alebo pomocou tabuliek.

Príklad č.1

Aká dlhá je hrana kocky, ktorej objem je 9261 cm^3 ?

Riešenie

Kocka **ABCDEFGH**

$$V = 9261 \text{ cm}^3$$

$$a = ? [\text{cm}]$$

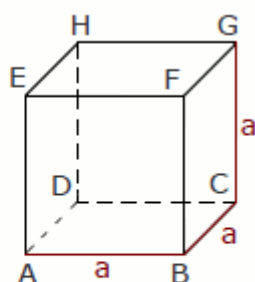
$$V = a \cdot a \cdot a$$

$$V = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{V}$$

$$a = \sqrt[3]{9261}$$

$$a = 21 \text{ cm}$$



Kocka má hranu dlhú 21 cm.

Mocniny s prirodzeným exponentom

a^n je **n**-tá mocnina čísla **a**, kde **n** je prirodzené číslo

a^n $\begin{cases} \text{prirodzený exponent} \\ \text{základ mocniny (môže to byť číslo alebo premenná)} \end{cases}$

Sčítovanie a odčítovanie mocnín

Sčítať a odčítať môžeme iba tie mocniny, ktoré majú **rovnaký základ a rovnaký exponent**.

Príklad č.1

Zjednodušte výraz: $4a^2 - b - (2a^2 + b) + 10a^2 - 8$

Riešenie

$$4a^2 - b - (2a^2 + b) + 10a^2 - 8 = 4a^2 - b - 2a^2 - b + 10a^2 - 8 = 12a^2 - 2b - 8$$

Násobenie mocnín s rovnakým základom

Mocniny s rovnakým základom násobíme tak, že základ umocníme **súčtom** exponentov.

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}, \text{ kde } x, y \in \mathbf{N}$$

Príklad č.1

Vypočítajte: $8^{10} \cdot 8^5$; $x^3 \cdot x^4$; $3a^5 \cdot (-2a^2)$; $(x+2)^3 \cdot (x+2)^8$

Riešenie

$$8^{10} \cdot 8^5 = 8^{10+5} = 8^{15}$$

$$x^3 \cdot x^4 = x^{3+4} = x^7$$

$$3a^5 \cdot (-2a^2) = 3 \cdot (-2) \cdot a^5 \cdot a^2 = -6a^{5+2} = -6a^7$$

$$(x+2)^3 \cdot (x+2)^8 = (x+2)^{3+8} = (x+2)^{11}$$

Delenie mocnín s rovnakým základom

Mocniny s rovnakým základom delíme tak, že základ umocníme **rozdielom** exponentov.

Ak $x > y$ potom $a^x : a^y = a^{x-y}$, kde $x, y \in \mathbf{N}$, $a \neq 0$.

Ak $x < y$ potom $a^x : a^y = \frac{1}{a^{y-x}}$, kde $x, y \in \mathbf{N}$, $a \neq 0$.

$$a^0 = 1$$

$$0^n = 0 \text{ pre } n \in \mathbf{N}$$

Príklad č.1

Vypočítajte: $3^5 : 3^3$; $5^4 : 5^4$; $a^5 : a^6$; $12a^2b^4 : 3ab^8$

Riešenie

$$3^5 : 3^3 = 3^{5-3} = 3^2$$

$$5^4 : 5^4 = 5^{4-4} = 5^0 = 1$$

$$a^5 : a^6 = \frac{1}{a^{6-5}} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$$

$$12a^2b^4 : 3ab^8 = (12 : 3) \cdot (a^2 : a) \cdot (b^4 : b^8) = 4 \cdot a^{2-1} \cdot \frac{1}{b^{8-4}} = 4 \cdot a \cdot \frac{1}{b^4} = \frac{4a}{b^4}$$

Umocňovanie mocnín

Mocninu umocníme tak, že základ umocníme **súčinom** exponentov.

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}, \text{ kde } x, y \in \mathbf{N}$$

Príklad č.1

$$\text{Vypočítajte: } (5xy^3z^2)^3; \left(-\frac{5}{6}a^2b^3\right)^2$$

Riešenie

$$(5xy^3z^2)^3 = 5^{1 \cdot 3} x^{1 \cdot 3} y^{3 \cdot 3} z^{2 \cdot 3} = 125x^3y^9z^6$$

$$\left(-\frac{5}{6}a^2b^3\right)^2 = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 a^{2 \cdot 2} b^{3 \cdot 2} = \frac{25}{36}a^4b^6$$

Zápis čísel typu $a \cdot 10^n$

Veľmi veľké čísla alebo veľmi malé čísla vieme zapísať zjednodušeným zápisom typu

$a \cdot 10^n$ pričom $1 \leq a < 10$; $n \in \mathbf{N}$

Príklad č.1

Zjednodušene zapíš čísla: 300 000 000; 1 380 000

Riešenie

$$300\,000\,000 = 3 \cdot 100\,000\,000 = 3 \cdot 10^8$$

$$1\,380\,000 = 1,38 \cdot 1\,000\,000 = 1,38 \cdot 10^6$$

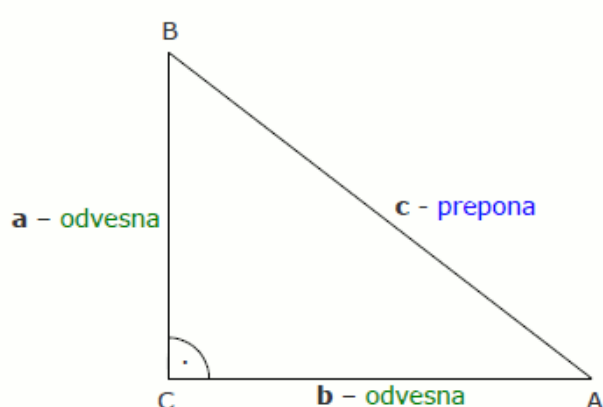
Pytagorova veta

Už starí Egypťania, Indovia a Babylončania stavali pozoruhodné stavby. Pri týchto stavbách potrebovali tiež vytyčovať pravé uhly. Avšak až známy grécky matematik a filozof Pytagoras teoreticky popísal a zdôvodnil spôsob vytyčovania pravého uhla.

Podľa tohto matematika a filozofa potom bola pomenovaná Pytagorova veta, ktorá teoreticky aj prakticky rieši výpočet strán v pravouhlom trojuholníku alebo pomocou nej vieme bez rysovania a merania zistiť, či daný ľubovoľný trojuholník je pravouhlý.

Pravouhlý trojuholník

Pytagorova veta platí pre **pravouhlý trojuholník**. Pomenujeme si jednotlivé strany pravouhlého trojuholníka.

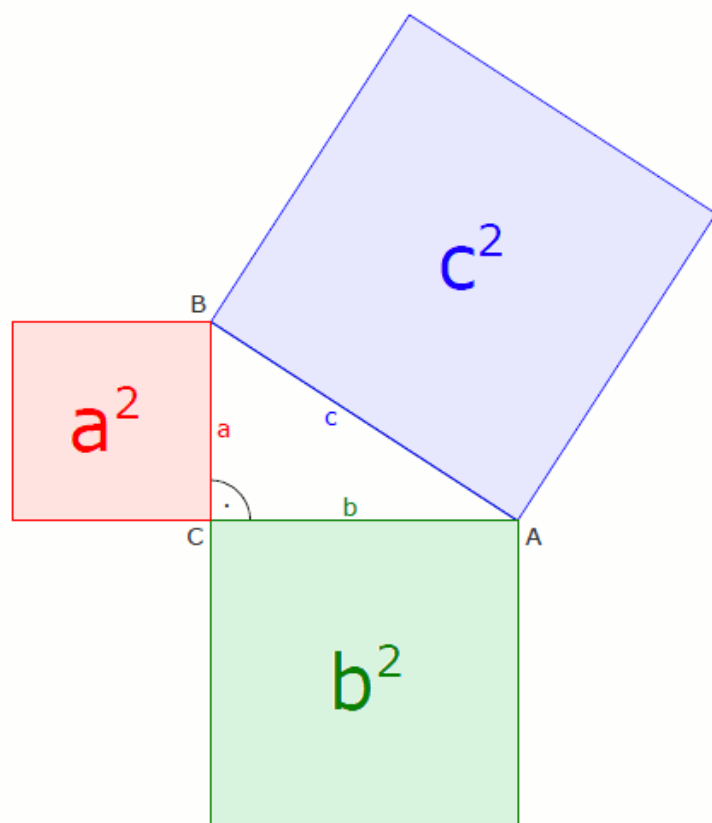


prepona – je **najdlhšia** strana pravouhlého trojuholníka,
– leží **oproti** pravému uhlu

odvesny – sú **kratšie** strany pravouhlého trojuholníka

Pytagorova veta a obrátená Pytagorova veta

Už starí Egypťania, Indovia a Babylončania stavali pozoruhodné stavby, pri ktorých potrebovali vytyčovať aj pravé uhly. Zistilo sa, že každý pravouhlý trojuholník má jednu pozoruhodnú vlastnosť, ktorú si teraz ukážeme.



Majme pravouhlý trojuholník **ABC**:

c - prepona

a, b - odvesny

Ak zostrojíme nad každou stranou tohto trojuholníka štvorec, zistíme že platí:

Pytagorova veta: Obsah štvorca nad preponou pravouhlého trojuholníka sa rovná súčtu obsahov štvorcov nad oboma jeho odvesnami, teda

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Z tejto rovnosti vieme vypočítať dĺžku prepony:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Taktiež vieme vypočítať dĺžky jeho odvesien:

$$a^2 = c^2 - b^2, \text{ teda } a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b^2 = c^2 - a^2, \text{ teda } b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Obrátená Pytagorova veta: Ak pre dĺžky strán **a, b, c** ľubovoľného trojuholníka platí vzťah **$c^2 = a^2 + b^2$** , tak potom je tento trojuholník pravouhlý trojuholník s preponou **c** a odvesnami **a, b**.

Pomocou obrátenej Pytagorovej vety vieme zistiť bez rysovania a merania uhlov, či je alebo nie je ľubovoľný trojuholník pravouhlý.

Príklad č.1

Zistite, či trojuholník s dĺžkami strán 10 m, 24 m, 26 m je pravouhlý.

Riešenie

$$c = 26 \text{ m}$$

$$a = 10 \text{ m}$$

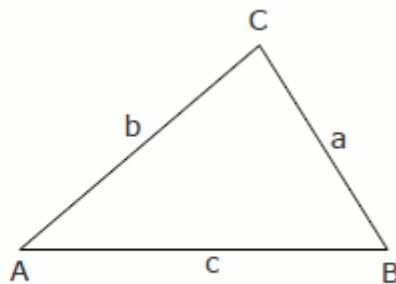
$$b = 24 \text{ m}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$26^2 = 10^2 + 24^2$$

$$676 = 100 + 576$$

$$676 = 676$$



Daný trojuholník je pravouhlý.

Použitie Pytagorovej vety

Pomocou Pytagorovej vety môžeme vypočítať dĺžky úsečiek rôznych geometrických útvarov, stačí ak útvar vhodne rozdelíme tak, aby vznikol pravouhlý trojuholník.

Príklad č.1

Vypočítajte obsah rovnoramenného trojuholníka **KLM** ak základňa má dĺžku 12 cm a rameno má dĺžku 8 cm.

Riešenie

rovnoramenný $\triangle KLM$

$$m = 12 \text{ cm}$$

$$k = 8 \text{ cm}$$

$$S = ? [\text{cm}]$$

$$S = \frac{m \cdot v_m}{2}$$

$$k^2 = v_m^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2$$

$$v_m^2 = k^2 - \left(\frac{m}{2}\right)^2$$

$$v_m^2 = 8^2 - 6^2$$

$$v_m^2 = 64 - 36$$

$$v_m^2 = 28$$

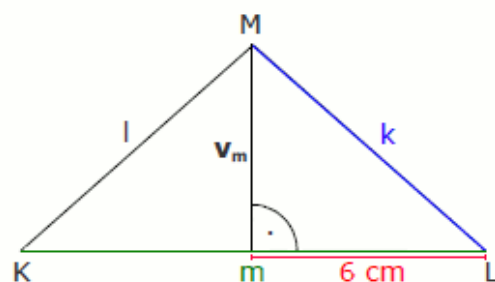
$$v_m = \sqrt{28}$$

$$v_m \doteq 5,29 \text{ cm}$$

$$S = \frac{m \cdot v_m}{2}$$

$$S \doteq \frac{12 \cdot 5,29}{2}$$

$$S \doteq 31,74 \text{ cm}^2$$



k - prepona

v_m - odvesna

m / 2 - odvesna

Obsah rovnoramenného trojuholníka **KLM** je približne 31,74 cm².

Riešenie praktických slovných úloh

Pytagorova veta má všestranné využitie. Teraz si na príkladoch ukážeme jej použitie v praxi.

Príklad č.1:

Rebrík dĺžky 3,4 m je opretý o stenu. Jeho dolný koniec je od steny vzdialený 1,6 m. V akej výške sa rebrík dotýka steny?

Riešenie

pravouhlý Δ

$$a = 3,4 \text{ m}$$

$$b = 1,6 \text{ m}$$

$$v = ? \text{ [m]}$$

$$a^2 = v^2 + b^2$$

$$v^2 = a^2 - b^2$$

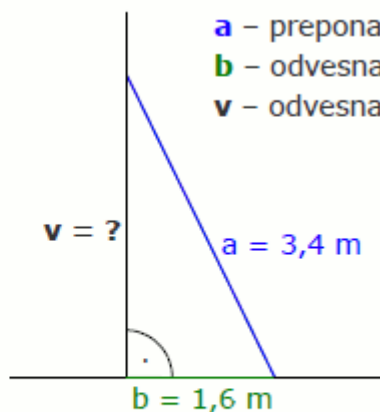
$$v^2 = 3,4^2 - 1,6^2$$

$$v^2 = 11,56 - 2,56$$

$$v^2 = 9$$

$$v = \sqrt{9}$$

$$v = 3 \text{ m}$$



Rebrík sa dotýka steny vo výške 3 m.

Výraz a jeho úpravy

V 7. ročníku sme si vysvetlili základné pojmy: čo to je výraz, ako delíme výrazy, čo to je hodnota číselného výrazu, jednočleny, dvojčleny, naučili sme sa výrazy sčítať a odčítať, násobiť a deliť výraz číslom.

V tejto kapitole si naučené veci zopakujeme a budeme sa venovať náročnejším úlohám pre počítanie s výrazmi.

Celistvý výraz

Výrazy delíme na číselné výrazy a výrazy s premennou.

Doteraz sme sa učili jednočleny, dvojčleny, trojčleny, ..., ktoré všeobecne nazývame mnohočleny.

$$\begin{array}{c} \text{3} \mathbf{y} \\ \hline \text{koeficient} \quad \text{premenná} \end{array}$$

Postupne sa naučíme výrazy s premennou sčítať, odčítať, násobiť a deliť.

Sčítovanie a odčítovanie celistvých výrazov

Výrazy sčítame tak, že **sčítame koeficienty pri členoch s rovnakou premennou**.

Odčítať výraz znamená **pričítať** k nemu **opačný výraz**. **Opačný výraz** k danému výrazu dostaneme tak, že v pôvodnom výraze zmeníme **všetky znamienka na opačné**.

Ak je pred zátvorkou znamienko **plus**, všetky znamienka v zátvorke **sa nemenia**, zostávajú pôvodné.

Ak je pred zátvorkou znamienko **mínus**, **všetky znamienka** v zátvorke **sa menia na opačné**.

Príklad č.1

Vypočítajte: $(2 - \mathbf{y} + \mathbf{x}) + (7\mathbf{y} - 6\mathbf{x} + 5) - (5\mathbf{y} - 3\mathbf{x})$

Riešenie

$$(2 - \mathbf{y} + \mathbf{x}) + (7\mathbf{y} - 6\mathbf{x} + 5) - (5\mathbf{y} - 3\mathbf{x}) = 2 - \mathbf{y} + \mathbf{x} + 7\mathbf{y} - 6\mathbf{x} + 5 - 5\mathbf{y} + 3\mathbf{x} = -2\mathbf{x} + \mathbf{y} + 7$$

Členy výsledného výrazu zvykneme písať v tomto poradí: najprv členy s premennou podľa abecedy (v našom prípade členy s premennou **x** potom členy s premennou **y**) a nakoniec členy bez premennej.

Násobenie celistvých výrazov

Mocniny tej istej premennej násobíme tak, že základ opíšeme a exponenty sčítame (toto sme sa už naučili pri násobení mocnín):

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

Ak násobíme jednočlen jednočlenom, výsledok je opäť jednočlen.

Mnohočlen jednočlenom násobíme tak, že **každý člen** mnohočlena vynásobíme jednočlenom:

$$a \cdot (b + c) = ab + ac$$

Mnohočlen mnohočlenom násobíme tak, že **každý člen** prvého mnohočlena vynásobíme **každým členom** druhého mnohočlena:

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Príklad č.1

Vynásobte: $0,3x \cdot 6x \cdot 8x$

Riešenie

$$0,3x \cdot 6x \cdot 8x = 0,3 \cdot 6 \cdot 8 \cdot x^{1+1+1} = 14,4x^3$$

Príklad č.2

Vynásobte: $3x^2 \cdot (y - 5x)$

Riešenie

$$3x^2 \cdot (y - 5x) = 3x^2y - 3x^2 \cdot 5x = 3x^2y - 15x^3$$

Príklad č.3

Vynásobte: $(a + b) \cdot (y - 3)$

Riešenie

$$(a + b) \cdot (y - 3) = a \cdot y - 3 \cdot a + b \cdot y - 5 \cdot b = ay - 3a + by - 5b$$

Delenie celistvých výrazov

Mnohočlen delíme jednočlenom tak, že **každý člen** mnohočlena **vychlíme** jednočlenom. Pritom **delíme koeficient koeficientom a premennú premennou**.

Mocninu premennej delíme tak, že **základ opíšeme a exponenty odčítame** (to sme sa už naučili).

Príklad č.1

Vydelte: $(7a^4 + 28a^2b - 14a) : 7a$

Riešenie

$$\begin{aligned}(7a^4 + 28a^2b - 14a) : 7a &= (7a^4 : 7a) + (28a^2b : 7a) - (14a : 7a) = 1a^{4-1} + 4a^{2-1}b - 2a^{1-1} = \\ &= a^3 + 4a^1b - 2a^0 = a^3 + 4ab - 2\end{aligned}$$

Úprava výrazov na súčin

Výraz môžeme upraviť na súčin:

A. Vyňatím jednočlena pred zátvorku:

Najväčšieho spoločného deliteľa všetkých členov mnohočlena (koeficienty aj premenné) napíšeme pred zátvorku. V zátvorke zostanú členy, ktoré sme týmto deliteľom vydělili. Hovoríme, že sme mnohočlen **upravili na súčin**.

B. Vyňatím dvojčlena pred zátvorku:

Ak sa v mnohočlene nachádzajú násobky toho istého dvojčlena, dvojčlen vyberieme pred zátvorku. V zátvorke zostanú členy, ktoré sme týmto dvojčlenom vydělili. Hovoríme, že sme mnohočlen **upravili na súčin dvojčlena a mnohočlena**.

C. Pomocou algebrických vzorcov:

V matematike pracujeme s rôznymi vzorcami. V algebre medzi základné vzorce patria:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Príklad č.1

Rozložte výraz na súčin: $24x^2y - 18xy^2 + 33xy$

Riešenie

$$24x^2y - 18xy^2 + 33xy = 3xy \cdot (8x - 6y + 11)$$

Príklad č.2

Rozložte výraz na súčin: $2x \cdot (a + b) - 3y \cdot (a + b)$

Riešenie

$$2x \cdot (a + b) - 3y \cdot (a + b) = (a + b) \cdot (2x - 3y)$$

Príklad č.3

Rozložte výrazy na súčin použitím vhodného vzorca:

$$4x^2 + 4xy + y^2$$

$$25m^2 - 70mn + 49n^2$$

$$81a^2 - b^2$$

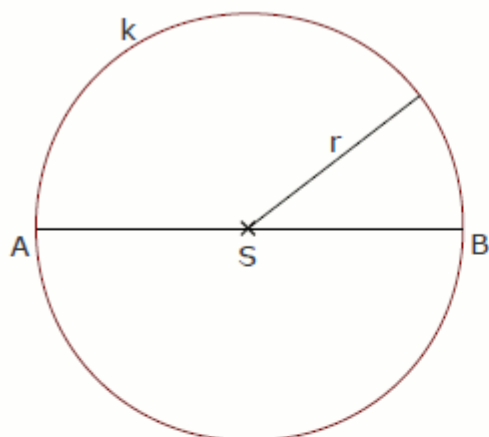
Riešenie

$$4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2 = (2x + y) \cdot (2x + y)$$

$$25m^2 - 70mn + 49n^2 = (5m - 7n)^2 = (5m - 7n) \cdot (5m - 7n)$$

$$81a^2 - b^2 = (9a + b) \cdot (9a - b)$$

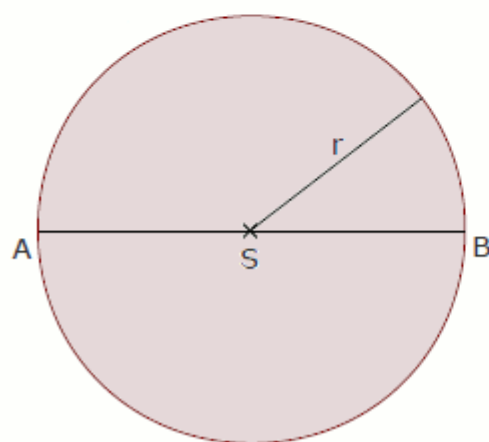
Kruh, kružnica



Kružnica $k(S, r)$: S – stred kružnice
 r – polomer kružnice
 $AB = d$ – priemer kružnice
platí: $d = 2r$

Pre všetky body X kružnice platí: $|SX| = r$.
Každý bod kružnice je od stredu vzdialený dĺžku, ktorá sa **rovná** polomeru kružnice.

Kružnica je krivka.



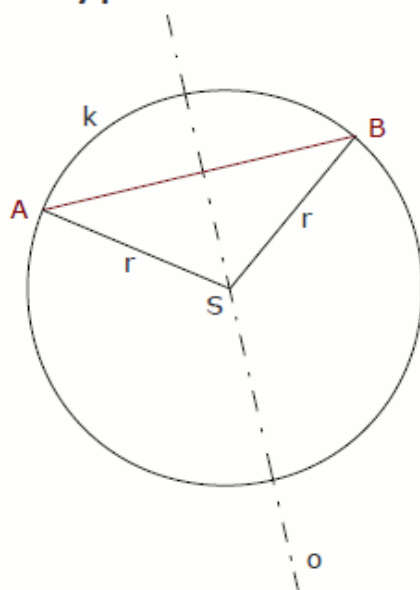
Kruh $K(S, r)$: S – stred kruhu
 r – polomer kruhu
 AB – priemer kruhu
platí: $d = 2r$

Pre všetky body X kruhu platí: $|SX| \leq r$.
Každý bod kruhu je taký, ktorého vzdialenosť od stredu je **rovná alebo menšia** ako je polomer kruhu.

Kruh je plocha.

Tetiva kružnice

Tetiva kružnice je úsečka, ktorej **krajné body ležia na kružnici** a ktorá **neprechádza stredom kružnice**.
Os tetivy prechádza stredom kružnice.



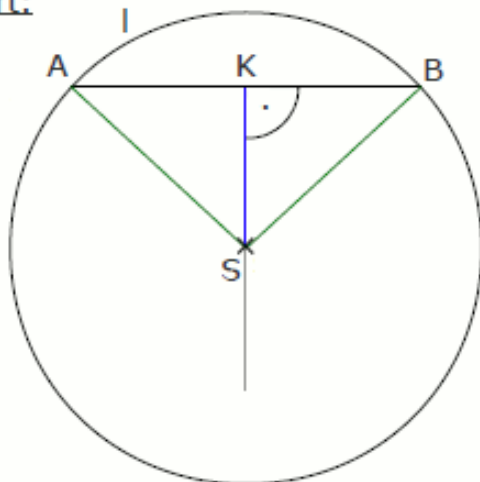
AB – úsečka AB sa nazýva tetiva kružnice
 o – os úsečky AB ; os prechádza stredom kružnice
 AS, BS – polomery kružnice
 $|AS| = |BS| = r$
 $\triangle ABS$ – rovnoramenný trojuholník

Príklad č.1

Určte dĺžku tetivy kružnice $I(S; 5 \text{ cm})$, ak jej vzdialenosť od stredu kružnice je 3 cm.

Riešenie

Náčrt:



$$\begin{aligned} |SB|^2 &= |KS|^2 + |KB|^2 \\ |KB|^2 &= |SB|^2 - |KS|^2 \\ |KB|^2 &= 5^2 - 3^2 \\ |KB|^2 &= 25 - 9 \\ |KB|^2 &= 16 \\ |KB| &= \sqrt{16} \\ |KB| &= 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |AB| &= 2 \cdot |KB| \\ |AB| &= 2 \cdot 4 \\ |AB| &= 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Dĺžka tetivy je 8 cm.

Rozbor:

AB – tetiva

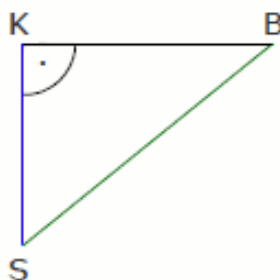
r = 5 cm

|KS| = 3 cm (vzdialenosť tetivy
od stredu kružnice)

$\triangle ABS$ je rovnoramenný

KS – výška $\triangle ABS$

KS – delí tetivu **AB** na dve polovice
a je kolmá na **AB**

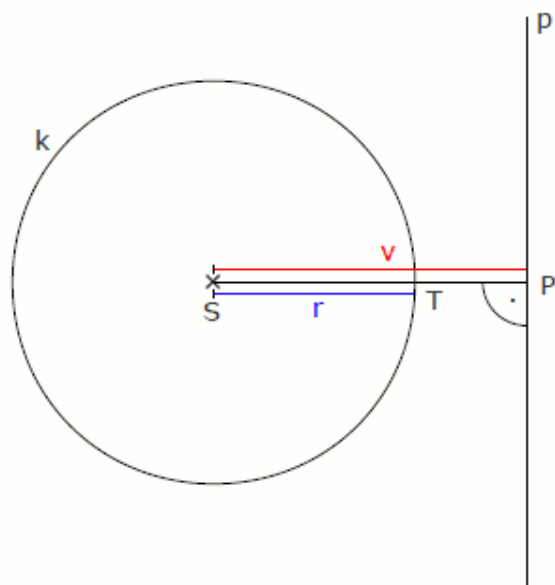


SB – prepona

KS – odvesna

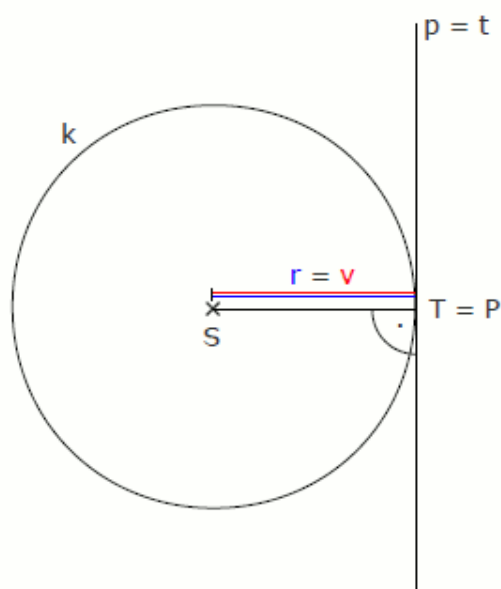
KB – odvesna

Vzájomná poloha kružnice a priamky



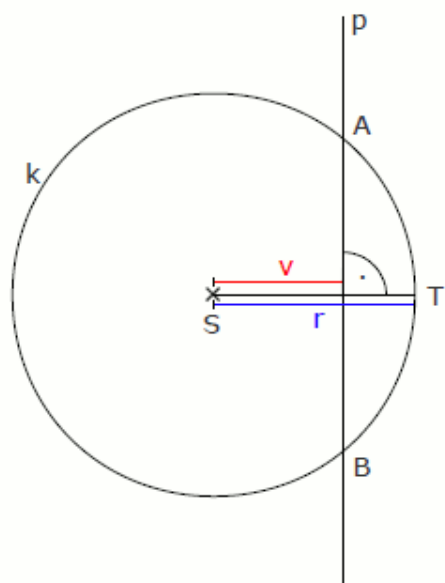
Nesečnica kružnice:

- priamka nemá s kružnicou **nijaký** spoločný bod:
 $p \cap k = \{\}$
- vzdialenosť priamky od stredu kružnice je väčšia ako polomer kružnice:
 $v > r$
- priamka sa nazýva **nesečnica kružnice**



Dotyčnica kružnice:

- priamka má s kružnicou **jediný** spoločný bod – bod dotyku:
 $p \cap k = \{T\}$
- vzdialenosť priamky od stredu kružnice je rovná polomeru kružnice:
 $v = r$
- priamka sa nazýva **dotyčnica kružnice**
- dotyčnica kružnice je **vždy kolmá** na polomer kružnice



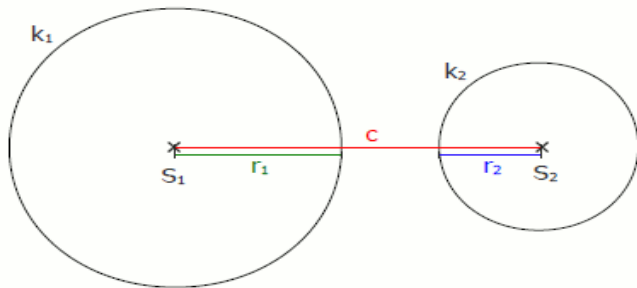
Sečnica kružnice:

- priamka má s kružnicou spoločné **dva** body – priesečníky:
 $p \cap k = \{A, B\}$
- vzdialenosť priamky od stredu kružnice je menšia ako polomer kružnice:
 $v < r$
- priamka sa nazýva **sečnica kružnice**

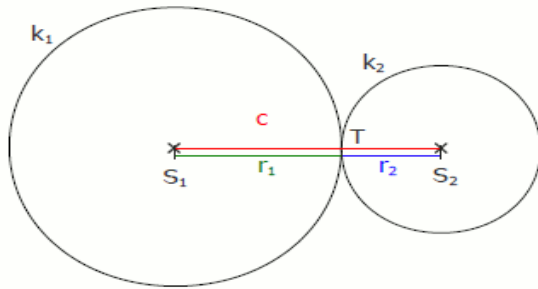
Vzájomná poloha dvoch kružníc

Budeme skúmať vzájomné polohy dvoch kružníc $k_1(S_1, r_1)$ a $k_2(S_2, r_2)$, pričom $r_1 > r_2$.

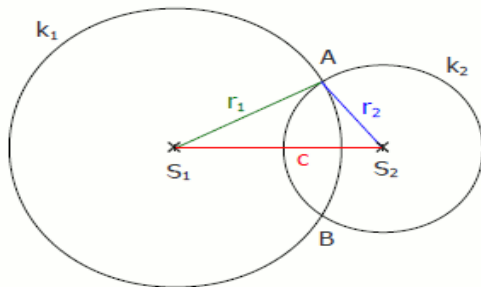
Úsečku S_1S_2 nazývame **stredná úsečka**. Dĺžka strednej úsečky S_1S_2 , $|S_1S_2| = c$, je vzdialenosť medzi stredmi kružníc.



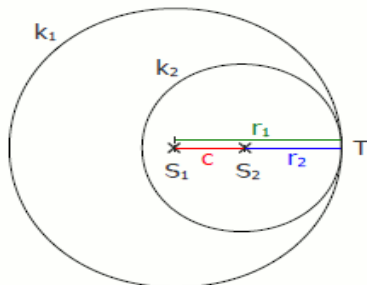
- kružnice ležia **mimo seba**, teda všetky body každej kružnice ležia **zvonka** druhej kružnice
- kružnice nemajú **žiadny** spoločný bod:
 $k_1 \cap k_2 = \{\}$
- platí: $c > r_1 + r_2$



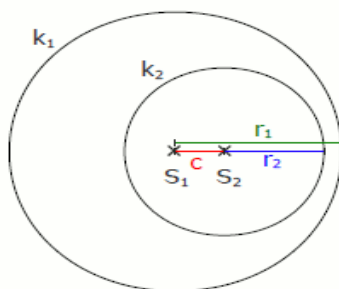
- kružnice majú **vonkajší dotyk** (dotýkajú sa zvonka)
- kružnice majú **jediný** spoločný bod:
 $k_1 \cap k_2 = \{T\}$
- platí: $c = r_1 + r_2$



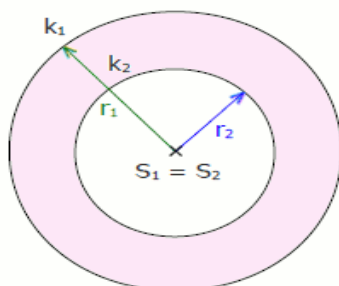
- kružnice **sa pretínajú** v dvoch rôznych bodoch
- kružnice majú spoločné **dva rôzne** body:
 $k_1 \cap k_2 = \{A, B\}$
- platí: $r_1 - r_2 < c < r_1 + r_2$



- kružnice majú **vnútorný dotyk** (dotýkajú sa znútra)
- kružnice majú **jediný** spoločný bod:
 $k_1 \cap k_2 = \{T\}$
- platí: $c = r_1 - r_2$



- jedna kružnica leží **vo vnútri** druhej, teda všetky body jednej kružnice ležia **vo vnútri** druhej kružnice
- kružnice nemajú **žiadny** spoločný bod:
 $k_1 \cap k_2 = \{\}$
- platí: $c < r_1 - r_2$



- jedna kružnica leží vo vnútri druhej kružnice a majú **spoločný stred**, sú to **sústredné kružnice**
- kružnice nemajú **žiadny** spoločný bod:
 $k_1 \cap k_2 = \{\}$
- platí: $c = 0$
- farebne vyznačená oblasť medzi dvomi sústrednými kružnicami sa nazýva **medzikružie**

Dve sústredné kružnice, ktoré majú **rovnaký polomer**, splyvajú (majú **všetky body spoločné**), sú **totožné**.

Dĺžka kružnice

Keďže kružnica je krivka, tak má svoju dĺžku. Obvod kruhu je dĺžka kružnice, ktorá ohraničuje kruh. **Obvod kruhu** alebo **dĺžka kružnice** je tá istá veličina.

Ludolfovo číslo je konštanta π (pí – označenie z gréckej abecedy), ktorú budeme potrebovať pri výpočte dĺžky kružnice i obsahu kruhu;

$$\pi \doteq \frac{22}{7} \doteq 3,142857143...$$

My budeme pri výpočtoch používať približnú hodnotu $\pi \doteq 3,14$.

Dĺžku kružnice alebo obvod kruhu vypočítame podľa vzorca:

$$\begin{array}{ll} O = 2\pi r & r - \text{polomer kružnice (kruhu)} \\ O = \pi d & d - \text{priemer kruhu} \\ & \text{platí: } d = 2r \end{array}$$

Príklad č.1

Vypočítajte dĺžku kružnice, ktorej polomer je 24 dm.

Riešenie

kružnica

$$r = 24 \text{ dm}$$

$$O = ? [\text{dm}]$$

$$O = 2\pi r$$

$$O = 2 \cdot 3,14 \cdot 24$$

$$O \doteq 150,72 \text{ dm}$$

Dĺžka kružnice je 150,72 dm.

Obsah kruhu

Už sme sa naučili čo je kruh. Vieme, že kruh predstavuje určitú plochu v rovine, ktorú ohraničuje kružnica.

Obsah kruhu vypočítame podľa vzorca:

$$S = \pi r^2 \quad r - \text{polomer kružnice (kruhu)}$$

Príklad č.1

Vypočítajte obsah kruhu s polomerom 0,83 m.

Riešenie

kruh

$$r = 0,83 \text{ m}$$

$$S = ? [\text{m}^2]$$

$$S = \pi r^2$$

$$S = 3,14 \cdot 0,83^2$$

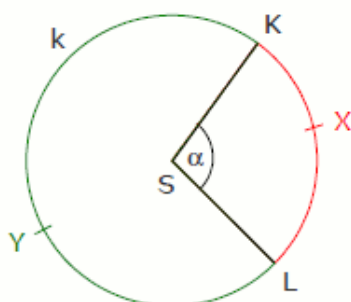
$$S = 3,14 \cdot 0,83 \cdot 0,83$$

$$S \doteq 2,16 \text{ m}^2$$

Obsah kruhu je približne 2,16 m².

Oblúk kružnice a kruhový výsek

Majme kružnicu $k(S; r)$. Body K, L delia kružnicu k na dve časti, ktoré nazývame **oblúky kružnice**.



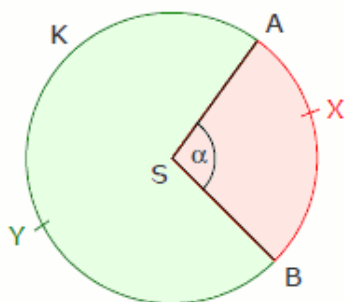
$\widehat{KXL}$ je oblúk kružnice k s krajnými bodmi K, L , ktorý obsahuje bod X

$\widehat{KYL}$ je oblúk kružnice k s krajnými bodmi K, L , ktorý obsahuje bod Y

Dĺžku oblúka vypočítame tak, že dĺžku celej kružnice $2\pi r$ delíme 360° a násobíme veľkosťou prislúchajúceho stredového uhla α . Stredovému uhlu α prislúcha oblúk $\widehat{KXL}$ a obrátene, oblúku $\widehat{KXL}$ prislúcha stredový uhol α .

$$\widehat{KXL} = \frac{2\pi r}{360^\circ} \cdot \alpha$$

Majme kruh $K(S; r)$ ohraničený kružnicou $k(S; r)$. Zvoľme si dva polomery SA, SB . Tieto dva polomery rozdelia kruh na dve časti, ktoré nazývame **kruhové výseky**.



Kruhový výsek $ASB(X)$ - obsahuje bod X

kruhový výsek $ASB(Y)$ - obsahuje bod Y

Obsah kruhového výseku vypočítame tak, že obsah celého kruhu πr^2 delíme 360° a násobíme veľkosťou prislúchajúceho stredového uhla α .

$$S_{ASB(X)} = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$$

Príklad č.1

Aká je dĺžka oblúka kružnice $k(S; 68 \text{ mm})$, ktorý prislúcha stredovému uhlu 78° ?

Riešenie

$$r = 68 \text{ mm}$$

$$\alpha = 78^\circ$$

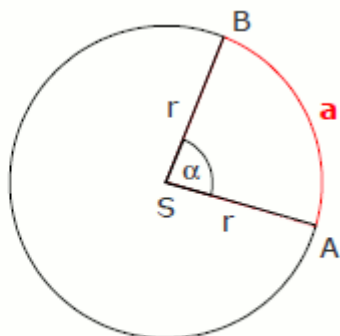
$$a = ? [\text{mm}]$$

$$a = \frac{2\pi r}{360^\circ} \cdot \alpha$$

$$a = \frac{2 \cdot 3,14}{360^\circ} \cdot 78^\circ$$

$$a \doteq 92,53 \text{ mm}$$

Dĺžka oblúka a kružnice k je približne 92,53 mm.



Slovné úlohy

Podstatou riešenia slovnej úlohy je poriadne si ju prečítať s porozumením, kvôli názornosti je dobré si urobiť náčrt, napísať stručný zápis úlohy, urobiť výpočet a napísať odpoveď.

Príklad č.1

Kružnici s polomerom 5 cm je opísaný štvorec. O koľko cm^2 je obsah štvorca väčší ako obsah kruhu ohraničeného kružnicou?

Riešenie

štvorec **ABCD**

$$a = 10 \text{ cm}$$

$$S_s = ? [\text{cm}^2]$$

$$S_s = a \cdot a$$

$$S_s = 10 \cdot 10$$

$$S_s = 100 \text{ cm}^2$$

kruh **K**

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$S_K = ? [\text{cm}^2]$$

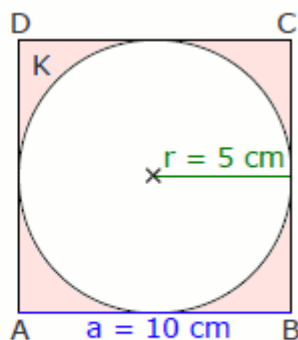
$$S_K = \pi r^2$$

$$S_K = 3,14 \cdot 5^2$$

$$S_K \doteq 78,5 \text{ cm}^2$$

$$S_s > S_K$$

$$100 - 78,5 = 21,5 \text{ cm}^2$$



Obsah štvorca je o $21,5 \text{ cm}^2$ väčší ako obsah kruhu.

Riešenie zložitejších lineárnych rovníc

Rovnosť dvoch matematických výrazov s tou istou neznámou nazývame lineárnou rovnicou (rovnica prvého stupňa) s jednou neznámou.

Lineárnu rovnicu môžeme všeobecne zapísať v tvare $a \cdot x - b = 0$, kde $a \neq 0$; $a, b \in \mathbf{R}$.

Lineárna rovnica má jediný koreň – jediné riešenie (číslo), ktoré danej rovnosti vyhovuje. Ekvivalentné úpravy rovníc sme sa už naučili.

Príklad č.1

Riešte rovnicu a urobte skúšku správnosti: $\frac{y+2}{7} - \frac{2y-1}{3} = -1 - \frac{4y+1}{21}$

Riešenie

$$\frac{y+2}{7} - \frac{2y-1}{3} = -1 - \frac{4y+1}{21} \quad / \cdot 21$$

$$3(y+2) - 7(2y-1) = -21 - 1(4y+1)$$

$$3y + 6 - 14y + 7 = -21 - 4y - 1$$

$$3y - 14y + 4y = -21 - 1 - 6 - 7$$

$$-7y = -35 \quad / :(-7)$$

$$y = 5$$

$$L(5): \frac{5+2}{7} - \frac{2 \cdot 5 - 1}{3} = \frac{7}{7} - \frac{9}{3} = 1 - 3 = -2$$

$$P(5): -1 - \frac{4 \cdot 5 + 1}{21} = -1 - \frac{21}{21} = -1 - 1 = -2$$

$$L = P$$

Vyjadrenie neznámej zo vzorca

V matematike, fyzike i chémii sa často stretávame s výpočtami pomocou určitého vzorca. Vzorec nie je nič iné ako rovnica. Vyjadriť neznámu zo vzorca teda znamená riešiť rovnicu pomocou ekvivalentných úprav.

Príklad č.1

Vypočítajte dĺžku výšky v_a trojuholníka **ABC** ak: $S = 100 \text{ cm}^2$, $a = 0,5 \text{ m}$.

Riešenie

ΔABC

$$S = 100 \text{ cm}^2$$

$$a = 0,5 \text{ m(cm)} = 50 \text{ cm}$$

$$v_a = ? [\text{cm}]$$

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} \quad / :2$$

$$2S = a \cdot v_a \quad / :a$$

$$\frac{2S}{a} = v_a$$

$$v_a = \frac{2S}{a}$$

$$v_a = \frac{2 \cdot 100}{50}$$

$$v_a = 4 \text{ cm}$$

Dĺžka výšky v_a trojuholníka **ABC** je 4 cm.

Slovné úlohy

Postup pri riešení slovnej úlohy pomocou lineárnej rovnice:

1. Označíme si neznámu písmenom a napíšeme stručný zápis úlohy.
2. Nájdeme výrazy, ktorých hodnoty sa rovnajú a zostavíme rovnicu.
3. Vyriešime rovnicu pomocou ekvivalentných úprav.
4. Urobíme skúšku správnosti, ktorou sa vrátíme k údajom zo zadania.
5. Ak sa údaje vypočítané v skúške správnosti
 - **zhodujú** s údajmi zo zadania, napíšeme odpoveď.
 - **nezhodujú** s údajmi zo zadania, skontrolujeme celý postup riešenia alebo úlohu riešime ešte raz. Za neznámu môžeme zvoliť iný údaj, ako v pôvodnom riešení.

Príklad č.1

Krajčírka kúpila spolu 13 m látky dvojakej farby za 1037 eur. Jeden meter modrej látky stojí 89 eur a jeden meter zelenej látky stojí 74 eur. Koľko metrov modrej látky a koľko metrov zelenej látky kúpila krajčírka?

Riešenie

spolu 13 m látky za 1037 eur

modrá stojí 89 eur za meter

zelená stojí 74 eur za meter

modrá látka **x** metrov 1 m stojí 89 eur => **x** metrov stojí $89 \cdot x$

zelená látka $(13 - x)$ metrov 1 m stojí 74 eur => $(13 - x)$ metrov stojí $74(13 - x)$

$$89 \cdot x + 74(13 - x) = 1037$$

modrá **zelená** **spolu**

$$89x + 962 - 74x = 1037$$

$$89x - 74x = 1037 - 962$$

$$15x = 75 \quad / :15$$

$$x = 5$$

modrej látky **5 m**

zelenej látky $13 - 5 = 8$ m

Skúška správnosti:

modrá $5 \cdot 89 = 445$ eur

zelená $8 \cdot 74 = 592$ eur

spolu $445 + 592 = 1037$ eur

Krajčírka kúpila 5 m modrej látky a 8 m zelenej látky.

Lineárne nerovnice

Znaky $<$ a $>$ sú znaky **ostrej nerovnosti**.

Znaky $\leq$ a $\geq$ sú znaky **neostrej nerovnosti**.

Zápis napr. $2x - 2 < 4$ je nerovnica s neznámou **x**.

$$\begin{array}{ccc} 2x - 2 & < & 4 \\ \text{ľavá strana nerovnice} & \downarrow & \text{pravá strana nerovnice} \\ & \text{znak nerovnosti} & \end{array}$$

Riešiť nerovnicu znamená nájsť také čísla, ktoré vyhovujú danej nerovnosti.

Narozdiel od rovnice, nerovnica môže mať:

- jedno riešenie
- žiadne riešenie
- nekonečne veľa riešení

Veľmi dôležitá je aj množina, na ktorej danú nerovnicu riešime.

Ekvivalentné úpravy nerovnic:

- **výmena** ľavej a pravej strany nerovnice a **súčasné obrátenie** znaku nerovnosti
- **pričítanie** toho istého čísla alebo mnohočlena k **obidvom** stranám nerovnice
- **odčítanie** toho istého čísla alebo mnohočlena od **obidvoch** strán nerovnice
- **vynásobenie** alebo **vydelenie obidvoch** strán nerovnice tým istým **kladným** číslom
- **vynásobenie** alebo **vydelenie obidvoch** strán nerovnice tým istým **záporným** číslom a **súčasné obrátenie** znaku nerovnosti

Príklad č.1

Ktoré prvočísla sú riešením nerovnice $\frac{x+5}{3} - \frac{x-2}{6} > \frac{x}{2} - \frac{x-3}{4}$?

Riešenie

$$\frac{x+5}{3} - \frac{x-2}{6} > \frac{x}{2} - \frac{x-3}{4} \quad / \cdot 12$$

$$4(x+5) - 2(x-2) > 6x - 3(x-3)$$

$$4x + 20 - 2x + 4 > 6x - 3x + 9$$

$$2x + 24 > 3x + 9$$

$$24 - 9 > 3x - 2x$$

$$15 > x$$

$$x < 15$$

$$x \in \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$

Riešenie konštrukčných úloh

V predchádzajúcich ročníkoch sme sa naučili nielen **rysovať** jednotlivé geometrické útvary, ale naučili sme sa aj ich **základné vlastnosti**. A práve tieto vlastnosti teraz použijeme pri riešení rôznych konštrukčných úloh.

Základné množiny bodov danej vlastnosti

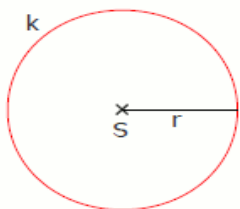
Označenie **množina bodov danej vlastnosti** znamená, že:

- **každý bod** tohto **geometrického útvaru** má požadovanú vlastnosť,
- **každý bod roviny**, ktorý tomuto útvaru nepatrí už túto vlastnosť **nemá**.

Prehľad dôležitých množín bodov danej vlastnosti v rovine:

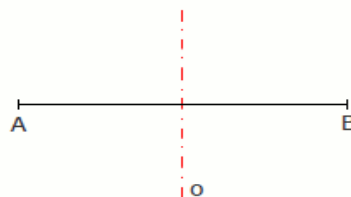
Kružnica $k(S, r)$

je množina bodov roviny, ktoré majú od bodu **S** vzdialenosť **r**.



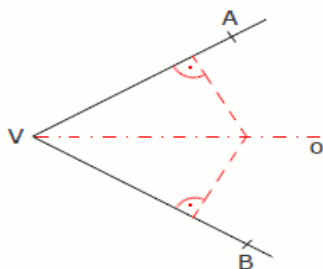
Os úsečky AB

je množina všetkých bodov roviny, z ktorých každý má rovnakú vzdialenosť od bodov **A, B**.



Os uhla

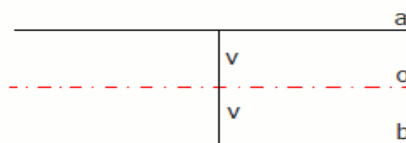
je množina bodov roviny, ktoré majú rovnakú vzdialenosť od ramien uhla.



Priamka o rovnobežná s priamkami a, b

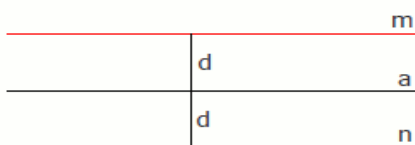
($a \parallel b$) vo vzdialenosti v od oboch priamok

je množina bodov rovnako vzdialená od dvoch rovnobežiek.



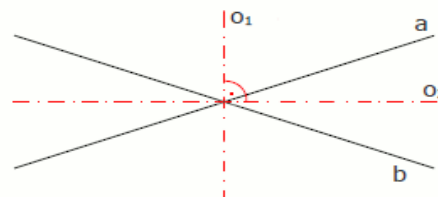
Dvojica rovnobežiek m, n s danou priamkou a vo vzdialenosti d

je množina bodov roviny, z ktorých každý má vzdialenosť **d** od priamky **a**.



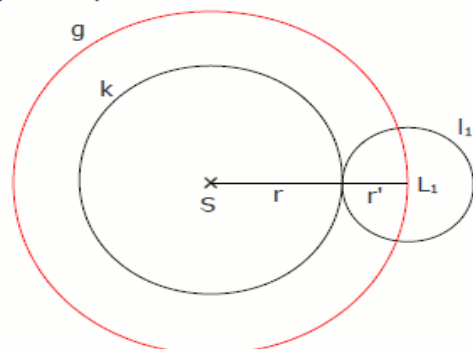
Priamky o_1, o_2 ($o_1 \perp o_2$), na ktorých ležia osi uhlov určených dvomi rovnobežkami a, b.

je množina bodov roviny rovnako vzdialených od dvoch rovnobežiek **a, b**.



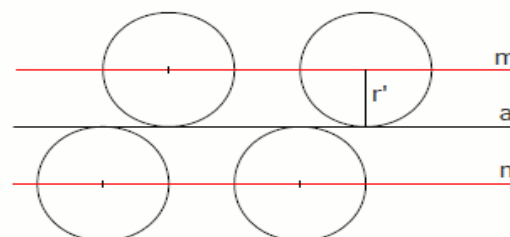
Kružnica $g(S, r + r')$

je množina všetkých stredov kružníc, ktoré sa zvonku dotýkajú kružnice **k** a majú rovnaké polomery **r'**.



Dvojica rovnobežiek m, n s danou priamkou a vo vzdialenosti r'

je množina všetkých stredov kružníc s polomerom **r'** a dotýkajúcich sa danej priamky **a**.

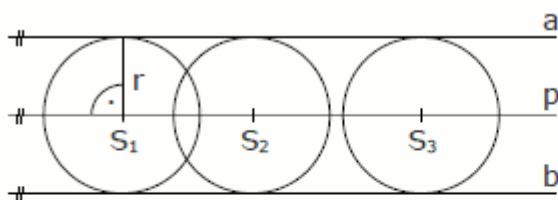


Príklad č.1

Nájdite a zostrojte množinu stredov kružníc, ktoré sa dotýkajú dvoch rovnobežných priamok **a**, **b**.

Riešenie

Náčrt:



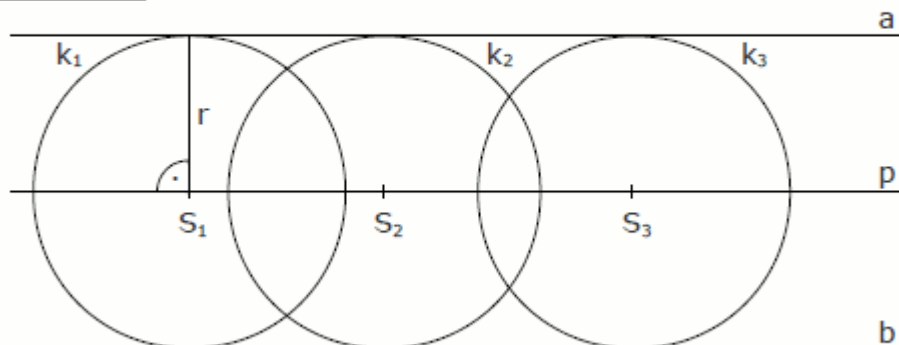
Rozbor:

- stredy kružníc majú rovnakú vzdialenosť od priamky **a** aj **b**
- stredy kružníc ležia na priamke **p**, pričom $p \parallel a$, $p \parallel b$
- polomer je určený veľkosťou kolmice zo stredy na **a** alebo **b**

Postup:

1. rovnobežky **a**, **b**
2. priamka **p**, pre ktorú platí: $|pa| = |pb|$
3. na **p** vyznačíme niekoľko stredov: **S₁**, **S₂**, **S₃**
4. zo stredy napr. **S₁** zostrojíme kolmicu na **a**, dostali sme **r**
5. kružnice: **k₁(S₁, r)**; **k₂(S₂, r)**; **k₃(S₃, r)**

Konštrukcia:



Záver: úloha má nekonečne veľa riešení.

Jednoduché konštrukcie

Doteraz sme sa naučili narysovať trojuholníky, štvoruholníky, kružnice. Teraz si to zopakujeme.

Príklad č.1

Zostrojte kosodĺžnik **RSTU** ak je dané: $|RS| = 7,2 \text{ cm}$; $|ST| = 5,6 \text{ cm}$; $|\sphericalangle URS| = 60^\circ$.

Riešenie

Zápis:

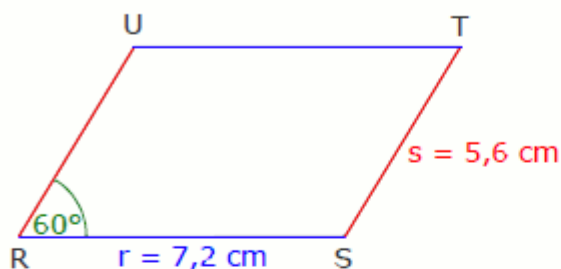
dané: $|\mathbf{RS}| = 7,2 \text{ cm}$

$|\mathbf{ST}| = 5,6 \text{ cm}$

$|\angle \mathbf{URS}| = 60^\circ$

úloha: zostrojíť kosodĺžnik **RSTU**

Náčrt:



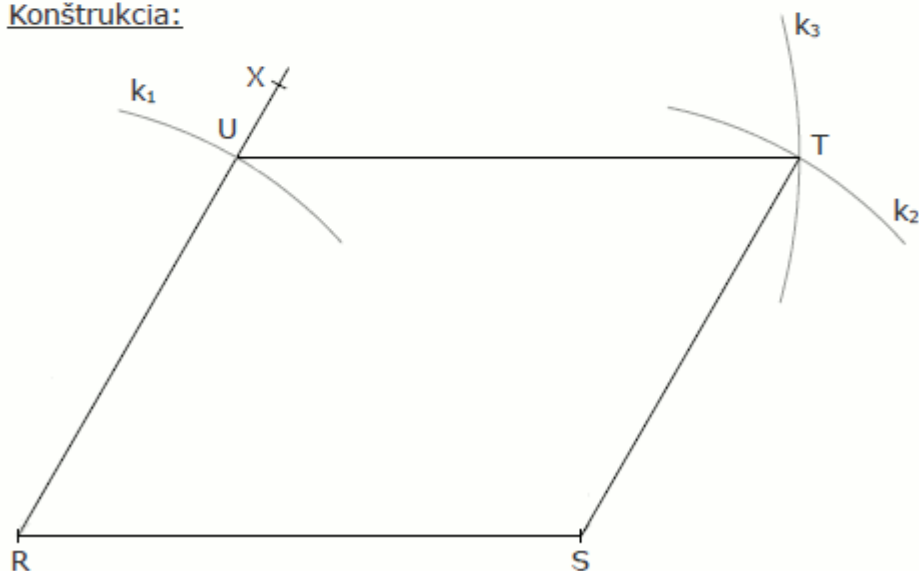
Rozbor:

- každé dve protiľahlé strany sú rovnobežné a zhodné
(vyznačme si to do náčrtu)

Postup:

1. **RS**; $|\mathbf{RS}| = 7,2 \text{ cm}$
2. $\angle \mathbf{SRX}$; $|\angle \mathbf{SRX}| = 60^\circ$
3. k_1 ; $k_1(\mathbf{R}; 5,6 \text{ cm})$
4. **U**; $\mathbf{U} \in k_1 \cap \overrightarrow{\mathbf{RX}}$
5. k_2 ; $k_2(\mathbf{S}; 5,6 \text{ cm})$
6. k_3 ; $k_3(\mathbf{U}; 7,2 \text{ cm})$
7. **T**; $\mathbf{T} \in k_2 \cap k_3$
8. kosodĺžnik **RSTU**

Konštrukcia:

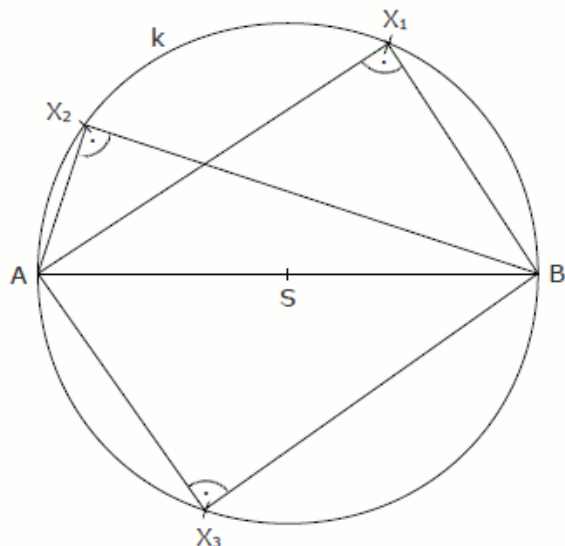


Skúška: dané prvky kosodĺžnika majú dané veľkosti.

Záver: úloha má v rysovej polrovine jedno riešenie.

Talesova kružnica

Daná je kružnica $k(S; r)$. Vyznačme na kružnici ľubovoľný priemer AB , ďalej vyznačme ľubovoľné body $X_1, X_2, X_3, \dots$ na kružnici k . Zostrojme uhly $AX_1B, AX_2B, AX_3B, \dots$ a odmerajme tieto uhly. Zistíme, že **všetky uhly majú veľkosť 90°** .



Talesova kružnica je množina vrcholov pravých uhlov všetkých pravouhlých trojuholníkov s preponou AB okrem bodov A, B .

Talesova kružnica má všestranné využitie v konštrukčných úlohách ak potrebujeme narysovať pravý uhol bez použitia pravítka s ryskou alebo uhlomera.

Príklad č.1

Daná je kružnica $k(S; 2,5 \text{ cm})$ a bod M ; $|SM| = 6 \text{ cm}$. Zostrojte dotýčnice z bodu M ku kružnici k .

Riešenie

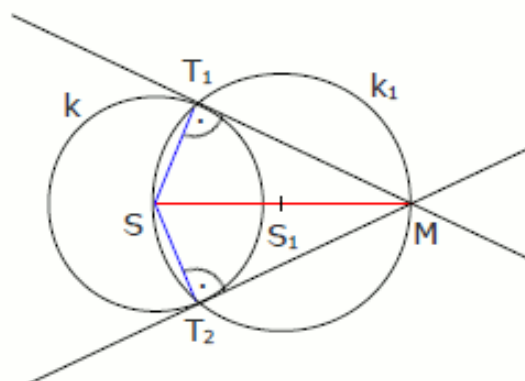
Zápis:

dané: $k(S; 2,5 \text{ cm})$

$M; |SM| = 6 \text{ cm}$

úloha: zostrojiť dotyčnice kružnice k

Náčrt:



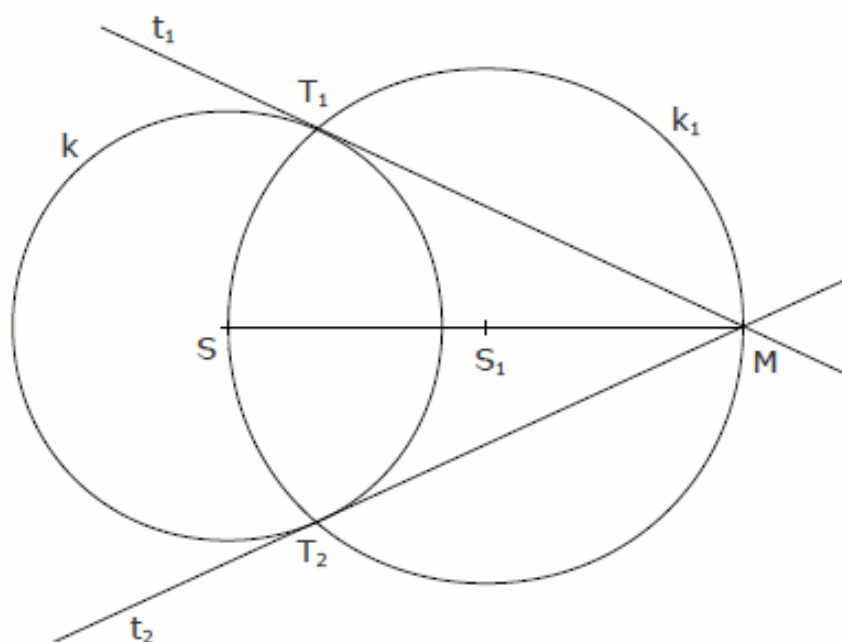
Rozbor:

- dotyčnica kružnice je kolmá na polomer
- má s kružnicou jediný spoločný bod – bod dotyku

Postup:

1. $k; k(S; 2,5 \text{ cm})$
2. $M; |SM| = 6 \text{ cm}$
3. $S_1; S_1 \in S \cap M$
4. $k_1; k_1(S_1; S_1S)$ – Talesova kružnica
5. $T; T \in k \cap k_1$
6. priamka MT

Konštrukcia:



Skúška: dané prvky kružnice majú dané veľkosti.

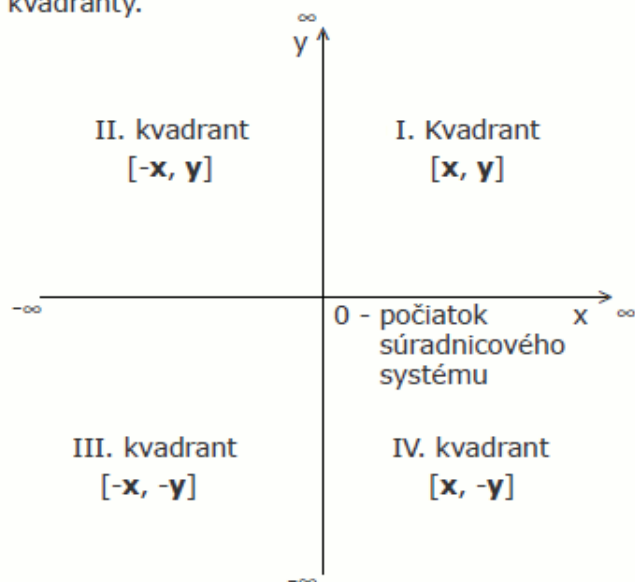
Záver: úloha má v rovine dve riešenia.

Funkcie

V živote sa veľmi často stretávame s pojmami: **funkčná závislosť** medzi dvomi veličinami alebo sa stretávame s rôznymi **grafmi**. No a práve tieto pojmy sa v nasledujúcej kapitole naučíme a vysvetlíme si ich.

Pravouhlá sústava súradníc v rovine

Pravouhlú sústavu súradníc v rovine tvoria dve na seba kolmé osi **x**, **y**. Tieto osi v rovine vytvárajú štyri kvadranty.



I. kvadrant:

obidve súradnice majú kladnú hodnotu

II. kvadrant:

súradnica **x** je záporná a súradnica **y** je kladná

III. kvadrant:

obidve súradnice sú záporné

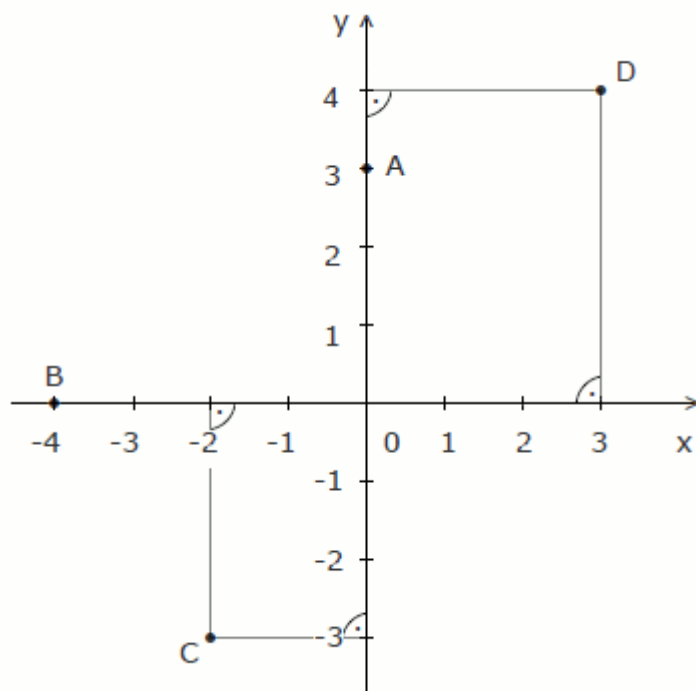
IV. kvadrant:

súradnica **x** je kladná a súradnica **y** je záporná

Príklad č.1

V PSS (pravouhlá sústava súradníc) vyznačte body: **A** = [0, 3]; **B** = [-4, 0]; **C** = [-2, -3]; **D** = [3, 4].

Riešenie



Rovnica a graf priamej úmernosti

Pojem priama úmernosť je nám známy, už sme sa s ním stretli. Naučili sme sa čo je priama úmernosť.

Zopakujeme si: priama úmernosť je závislosť medzi dvomi veličinami $[x, y]$, pričom **ak rastie** jedna veličina, závisle od nej **rastie** aj druhá veličina.

Pre všetky usporiadané dvojice $[x, y]$ platí: $y = k \cdot x$ $k > 0$ (k – koeficient priamej úmernosti)
 $x > 0$

Grafom priamej úmernosti je vždy priamka.

Príklad č.1

Jeden kilogram jablák stojí 1 €. Koľko eur zaplatí zákazník ak kúpi: 0,5 kg; 1 kg; 1,5 kg; 2 kg; 2,5 kg jablák?
Zostavte tabuľku závislosti ceny jablák od množstva kúpených jablák. Zostrojte graf tejto závislosti.

Riešenie

x – množstvo jablák [kg]

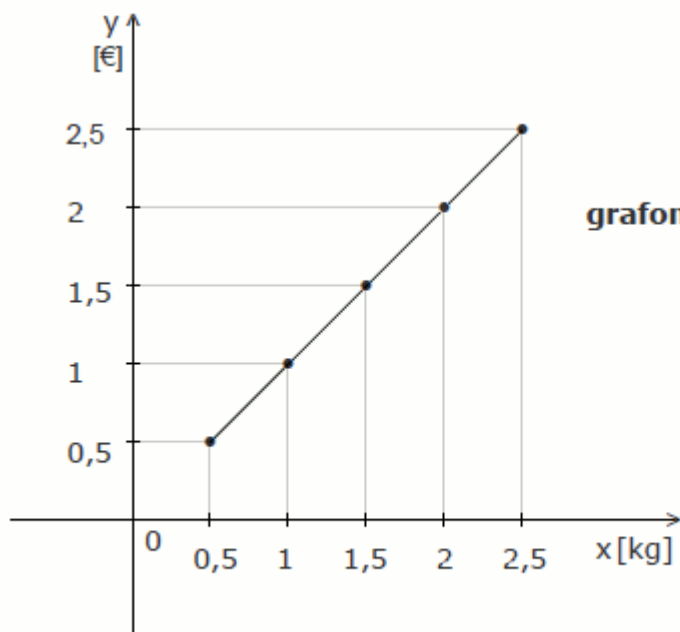
y – cena za jablká [€]

x	0,5	1	1,5	2	2,5
y	0,5	1	1,5	2	2,5
$\frac{y}{x}$	1	1	1	1	1

$\frac{y}{x} = k$ – koeficient priamej úmernosti

rovnica priamej úmernosti všeobecne: $y = k \cdot x$

rovnica priamej úmernosti pre tento príklad ($k = 1$): $y = 1 \cdot x$
 $y = x$



Rovnica a graf nepriamej úmernosti

Pojem nepriama úmernosť je nám známy, už sme sa s ním stretli. Naučili sme sa čo je nepriama úmernosť.

Zopakujeme si: nepriama úmernosť je závislosť medzi dvomi veličinami $[x, y]$, pričom **ak rastie** jedna veličina, závisle od nej **klesá** druhá veličina.

Pre všetky usporiadané dvojice $[x, y]$ platí: $y = \frac{k}{x}$ $k > 0$ (k – koeficient nepriamej úmernosti)
 $x > 0$

Grafom nepriamej úmernosti je časť hyperboly.

Príklad č.1

Traja maliari vymaľujú budovu za 90 hodín. Koľko hodín by maľovalo tú istú budovu 2, 4, 5, 6 maliarov? Zrobte tabuľku závislosti počtu hodín od počtu maliarov. Zostrojte graf tejto závislosti.

Riešenie

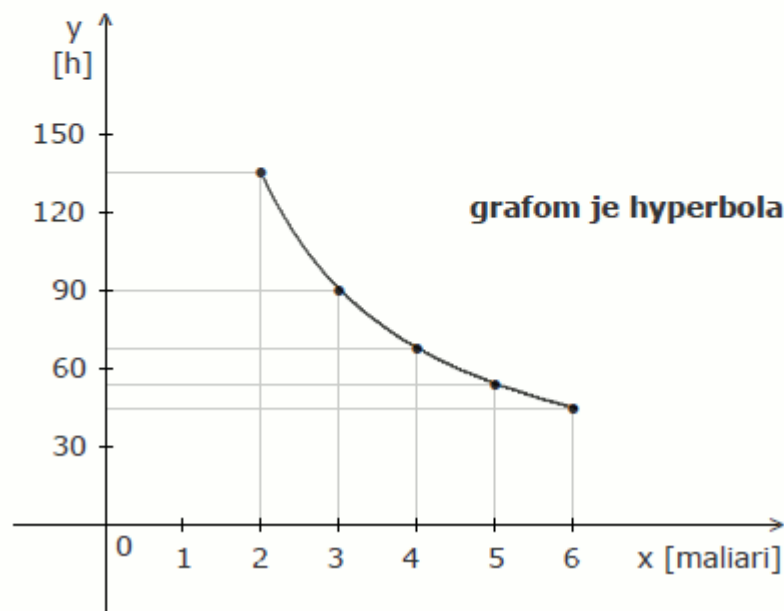
x – počet [maliarov]
 y – čas [h]

x	2	3	4	5	6
y	135	90	67,5	54	45
$x \cdot y$	270	270	270	270	270

$k = x \cdot y$ – koeficient nepriamej úmernosti

rovnica nepriamej úmernosti všeobecne: $y = \frac{k}{x}$

rovnica nepriamej úmernosti pre tento príklad ($k = 270$): $y = \frac{270}{x}$



Kombinatorika a pravdepodobnosť

Kombinatorika je spracovaná komplexne spolu so štatistikou a pravdepodobnosťou (ako jeden veľký celok) na konci 9. ročníka. Nájdete tam na jednom mieste všetky oblasti, ktoré sa vyučujú v 6., 7., 8. a 9. ročníku.

V 8. ročníku sa preberajú podcelky:

8.4. Náhodné pokusy a relatívna početnosť udalosti

8.5. Pravdepodobnosť udalosti